

TRANSFERT DE CHALEUR A TRAVERS UNE COUCHE HETEROGENE†

JACQUES PIERRE PADET

Ingénieur E.N.S.M.A., Laboratoire d'Etudes Thermiques de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, Poitiers (Vienne), France

(Reçu le 16 Februar 1968)

Résumé—On considère un type de contact très général entre deux milieux séparés par une couche hétérogène, et l'on se propose d'étudier la perturbation apportée par cette couche hétérogène dans le champ des températures lorsque la zone de contact est traversée par un flux de chaleur.

On schématisse d'abord la géométrie du contact, puis on présente une étude théorique justifiant l'utilisation d'une méthode quelconque d'analogie rhéoélectrique pour l'analyse de la perturbation. On propose alors deux hypothèses qui permettent d'utiliser la méthode expérimentale de Bardon.

On applique les résultats obtenus au cas particulier où deux matériaux solides sont en contact, l'espace interstitiel étant occupé par un fluide, ou vide. Le calcul numérique de la répartition de température à l'intérieur d'un demi-tube de flux au moyen d'un ordinateur permet ensuite de tracer avec précision les isothermes et de confirmer certains phénomènes préalablement mis en évidence.

Enfin, on utilise à nouveau la méthode analogique dans l'étude des contacts solide-liquide, que l'on fait suivre de quelques exemples numériques.

NOTATIONS

- b , distance d'un point à l'axe du tube de flux;
 b^* , distance réduite, $= b/B$;
 B , rayon du tube de flux;
 e , distance $P_0P'_1$;
 h , épaisseur de la couche hétérogène;
 i , intensité électrique;
 I , point d'inversion;
 L^* , longueur réduite du tube de flux;
 N , nombre d'hétérogénéités par unité de surface;
 s , section d'une hétérogénéité;
 s^* , surface réduite d'une hétérogénéité;
 U , potentiel électrique;
 U^0 , potentiel de référence;
 V , différence de potentiel;

- z , cote sur l'axe;
 ε^* , épaisseur réduite de la couche hétérogène;
 λ , conductivité thermique;
 λ^* , conductivité réduite;
 Λ , conductivité électrique;
 θ , température;
 θ^0 , température de référence;
 $\Delta\theta$, perturbation de température;
 Θ^* , paramètre sans dimension;
 Σ , section d'un tube de flux.

1. INTRODUCTION

1.1. Position du problème

ON SAIT que lorsque deux milieux solides sont accolés, le contact effectif n'a généralement lieu que suivant des bandes ou des points isolés. L'espace interstitiel, limité par les portions des surfaces qui ne sont pas en contact, peut être occupé par un fluide, par un matériau solide, (graphite ou métal d'apport), ou par le vide. D'autre part, lorsqu'un corps solide est baigné par un liquide, la surface de séparation peut

† Cet article résume une étude effectuée au laboratoire de M. le Professeur Cordier à Poitiers, et recouvre la totalité de la thèse de Doctorat d'Etat ès Sciences Appliquées que M. Padet a soutenue à Poitiers le 11 Decembre 1967 (Numéro d'ordre aux archives originales du C.N.R.S.: A.O. 1525).

être parsemée de petites bulles de gaz ou de vapeur, au niveau des micro-cavités réparties à la surface du solide.

D'autres modèles de contact peuvent se présenter. Aussi, nous placerons-nous dans le cas le plus général, où deux milieux I et II conducteurs de la chaleur, sont séparés par une mince pellicule hétérogène, elle-même formée de deux milieux III et IV juxtaposés, l'un au moins de ces derniers n'étant pas un isolant parfait (Fig. 1). Soient λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 leurs conductivités thermiques respectives.

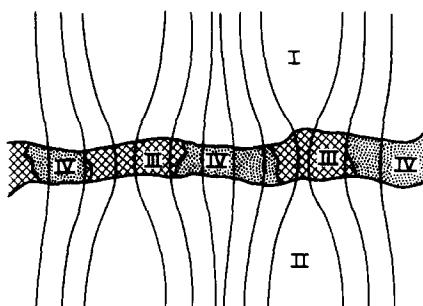


FIG. 1. Constriction des lignes de courant à la traversée d'une couche hétérogène (cas où $\lambda_3 > \lambda_4$).

En raison des irrégularités des surfaces et de la différence des conductivités λ_3 et λ_4 , la zone de séparation constitue un obstacle au passage de la chaleur, et la densité de flux qui la traverse n'est pas uniforme. Il se produit un phénomène de constriction des lignes de courant: celles-ci se resserrent le long du chemin qui présente le moins de résistance, et s'écartent ailleurs les unes des autres (Fig. 1).

Il en résulte une perturbation du champ des températures dans la région du contact, et une résistance thermique de passage; leur connaissance peut être intéressante dans de nombreux cas.

1.2. Etudes antérieures

1.2.1. *Contacts solide-solide.* Sur le problème particulier des résistances thermiques de contact entre matériaux solides, de nombreuses

études tant expérimentales que théoriques ont été menées depuis plusieurs années. Nous signalerons seulement celles de Bardon et de Çetinkale et Fishenden.

Bardon a mis au point une méthode d'analogie rhéoélectrique permettant une détermination globale des caractéristiques thermiques d'un contact [1-4]. Sa théorie repose sur la définition d'un contact schématisé équivalent au contact réel, comportant des aspérités cylindriques, toutes identiques et régulièrement réparties. Elle a été vérifiée au moyen d'une cuve analogique simulant le demi-tube de flux hétérogène associé à une aspérité.

En adoptant également l'hypothèse de tubes de flux cylindriques associés aux aspérités en contact, Çetinkale et Fishenden [5], ont déterminé numériquement la répartition de température au voisinage d'une aspérité au moyen d'une méthode de relaxation. Il ne semble pas, cependant, que ces résultats aient été exploités d'une manière systématique et approfondie.

1.2.2. *Contact solide-liquide.* Le cas du contact solide-liquide est intéressant, car ce sont les bulles de gaz ou de vapeur logées dans les microcavités de la surface qui forment généralement les germes d'ébullition lorsque le flux de chaleur traversant la surface est suffisant.

Quelques études théoriques de la température de surface au voisinage d'une cavité ont été effectuées, en particulier par Bankoff [7]. Elles ne conduisent cependant pas à une détermination générale du champ de température à la surface de séparation.

2. ETUDE THEORIQUE

2.1. Schématisation de la coupure

Considérons à nouveau le contact très général défini en 1.1. (Fig. 1). Pour étudier ses caractéristiques thermiques, nous sommes amenés à le schématiser. Nous supposerons d'abord que dans la région intermédiaire séparant I et II, le milieu III est distribué par zones isolées au sein du milieu IV.

Nous admettrons ensuite qu'à une telle "coupure", on peut associer une coupure équiva-

lente, géométriquement régulière. Dans celle-ci, les surfaces des milieux I et II sont supposées planes, (plans P'_1 et P'_2) et parallèles, les zones constituant le milieu III, que nous considérons comme des hétérogénéités du milieu interstitiel, sont toutes identiques, de forme cylindrique, de section circulaire, et sont uniformément réparties (Fig. 2).

La géométrie de cette coupure équivalente est définie par trois paramètres indépendants :

La même division en tubes élémentaires reste valable dans le cas où λ_4 est différent de zéro, mais les lignes de courant à l'intérieur de ces tubes n'ont pas la même forme.

Pour analyser le champ des températures au voisinage du contact, il suffit de considérer un seul de ces tubes élémentaires. Si l'on veut connaître les propriétés thermiques globales de la coupure, on les recomposera en considérant qu'ils sont placés en parallèle.

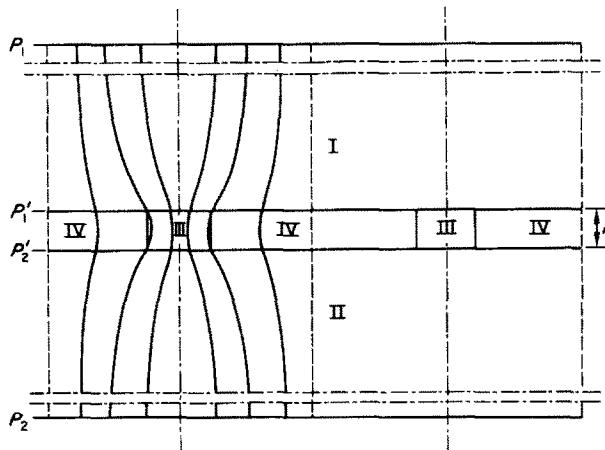


FIG. 2. Schématisation du contact ($\lambda_3 > \lambda_4$).

s^* = rapport de la surface totale des hétérogénéités à la surface totale de contact.

h = épaisseur de la coupure.

N = nombre d'hétérogénéités par unité de surface.

Comme dans la schématisation effectuée par Bardon, ces paramètres sont des moyennes, liées aux caractéristiques de la coupure réelle par des relations que nous n'étudierons pas.

Plaçons-nous dans le cas où le milieu IV est un isolant parfait ($\lambda_4 = 0$). Lorsque la coupure est parcourue par un flux de chaleur, les lignes de courant qui s'appuient sur le pourtour des petits cylindres de conductivité λ_3 délimitent des tubes de flux hexagonaux, isolés les uns des autres, tous identiques et de section Σ , ($N\Sigma = 1$).

Nous remplacerons enfin le tube de flux hexagonal par un tube de flux cylindrique de même section et de rayon équivalent $2B$. Bardon a montré que les propriétés thermiques de ces deux tubes sont identiques.

2.2. Conventions adoptées

2.2.1. *Définition d'un contact parfait.* Par rapport à une configuration idéale que nous appellerons contact parfait, et qui nous servira de référence, la présence entre les plans P'_1 et P'_2 d'une couche conductrice non homogène entraîne une perturbation des lignes de courant thermique et des surfaces isothermes.

Nous dirons que les milieux I et II, séparés par un mur hétérogène d'épaisseur h , seraient en

contact parfait s'ils étaient séparés par un mur infiniment conducteur de même épaisseur.

2.2.2. Perturbation de température en un point

M. Plaçons-nous dans le cas du contact réel et considérons le tube de flux schématisé. Nous appellerons P_1 et P_2 deux plans parallèles à P'_1 et P'_2 et suffisamment éloignés de la coupure pour être isothermes. Soit (a) ce tube.

Dans le cas du contact parfait, soit (b), nous limiterons le tube de flux par les mêmes plans P_1 et P_2 .

Supposons maintenant que les tubes de flux (a) et (b) soient parcourus par une même densité de flux de chaleur D , dans le sens de I vers II, normalement à P'_1 et P'_2 . Supposons également que la température θ_{P_1} du plan P_1 soit la même dans les deux cas. Considérons enfin un point M ayant les mêmes coordonnées dans les deux tubes de flux (même distance à l'axe b_M et même cote z_M).

Dans le cas du contact parfait, le point M est à une température θ_M^0 ; dans le cas du contact contact imparfait, il est à une température θ_M généralement différente de θ_M^0 .

Nous poserons :

$$\theta_M^0 - \theta_M = \Delta\theta_M$$

et nous appellerons $\Delta\theta_M$ la *perturbation de température* induite en M par la présence de la zone hétérogène comprise entre P'_1 et P'_2 .

C'est tout particulièrement à l'étude de ce paramètre que nous nous attacherons dans les chapitres qui suivent.

2.2.3. *Moyens d'étude de la perturbation.* Il s'agit de résoudre l'équation de Laplace : $\Delta V = 0$, en coordonnées cylindriques.

Une résolution mathématique complète du problème, si toutefois elle est théoriquement réalisable, sera extrêmement laborieuse, et nous l'écarturons.

Deux méthodes principales peuvent être mises en oeuvre :

(1) Une méthode d'analogie rhéoélectrique, dans laquelle les mesures de température et de flux thermique sont remplacées par des mesures de potentiel et d'intensité.

(2) Une méthode de résolution numérique du problème mathématique au moyen d'un ordinateur.

Nous avons appliqué ces deux méthodes, et nous allons les exposer successivement. La longueur du temps de calcul nous a cependant conduit à n'utiliser la méthode numérique que pour vérifier les résultats des mesures analogiques dans quelques cas particuliers, et pour vérifier dans le cas général si les conditions limites que nous utilisons dans les mesures analogiques constituent des schémas acceptables.

2.3. Aspect théorique du calcul analogique

2.3.1. *Expression de $\Delta\theta$.* Nous nous proposons maintenant de donner une expression théorique de $\Delta\theta$ en fonction des paramètres géométriques caractérisant un tube de flux, et de ceux qui font l'objet de mesures analogiques : potentiel en particulier.

Nous voulons comparer un tube de flux hétérogène schématisé (a) et son homologue dans le cas du contact parfait (b). Pour l'instant, nous ferons complètement abstraction de l'aspect expérimental, sur lequel nous reviendrons plus tard. Nous supposerons seulement que les milieux des conductivités thermiques $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, sont remplacés dans le modèle électrique par de milieux géométriquement semblables de conductivités électriques $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$, satisfaisant la relation :

$$\frac{\lambda_1}{\Lambda_1} = \frac{\lambda_2}{\Lambda_2} = \frac{\lambda_3}{\Lambda_3} = \frac{\lambda_4}{\Lambda_4}.$$

Nous appellerons L_1^* la distance $P_1P'_1$ rapportée au diamètre $2B$ du tube de flux.

Soient θ_M la température en M dans le tube de flux thermique, et U le potentiel électrique en M dans le tube de flux du modèle électrique. Nous affecterons de l'indice 0 toutes les valeurs correspondant au tube de flux idéal (b).

Nous avons déjà supposé que $\theta_{P_1}^0 = \theta_{P_1}$. Nous imposerons de même : $U_{P_1}^0 = U_{P_1}$, et nous admettrons que le flux (thermique ou

électrique) se dirige de P_1 vers P_2 . On aura donc : avec :

$$\begin{cases} \theta_{P_1}^0 > \theta_{P_2}^0 \\ U_{P_1}^0 > U_{P_2}^0 \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_{P_1} > \theta_{P_2} \\ U_{P_1} > U_{P_2} \end{cases}$$

$$\Theta_M^* = 4L^* \frac{V_M - V_M^0}{V_{P_1}^0}.$$

Par la méthode analogique, on mesurera des différences de potentiel V_M^0 et V_M qui correspondent respectivement à des différences de température θ_M^0 et θ_M :

$$\begin{cases} V_M^0 = U_{P_1}^0 - U_M^0 \\ V_M = U_{P_1} - U_M \end{cases} \quad \begin{cases} \Theta_M^0 = \theta_{P_1}^0 - \theta_M^0 \\ \Theta_M = \theta_{P_1} - \theta_M \end{cases}$$

Nous voulons connaître $\Delta\Theta_M$:

$$\Delta\Theta_M = \theta_M^0 - \theta_M = \Theta_M - \Theta_M^0.$$

Le paramètre électrique correspondant sera ΔV_M .

$$\Delta V_M = U_M^0 - U_M = V_M - V_M^0.$$

Il s'agit alors d'exprimer $\Delta\Theta_M$ en fonction des paramètres mesurables et des données, qui sont : d'une part les conductivités, et les dimensions des tubes de flux; d'autre part—pour le modèle thermique, la densité de flux D et le nombre de tubes de flux par unité de surface N —pour le modèle électrique sa section Σ^a et l'intensité I du courant qui le traverse (on peut en déduire V_M^0 et Θ_M^0 par les formules classiques); et enfin la valeur mesurée de V_M .

Compte tenu de l'analogie entre potentiel et température, on montre facilement que V_M^0 , Θ_M^0 , V_M et $\Delta\Theta_M$ sont liés par la relation :

$$\Delta\Theta_M = \frac{D(\sqrt{\pi})}{2(\sqrt{N})} \frac{1}{\lambda_1} \cdot 4L^* \frac{V_M - V_M^0}{V_{P_1}^0}.$$

Dans cette expression nous avons regroupé d'une part les données concernant le tube de flux thermique, d'autre part les paramètres relatifs au modèle analogique. Remarquons que le regroupement formé par ces derniers : $4L^* [(V_M - V_M^0)/V_{P_1}^0]$ est un nombre sans dimension que nous appellerons Θ_M^* . Il caractérise la perturbation en M , et sa connaissance permet de déterminer $\Delta\Theta_M$ grâce à la relation :

$$\Delta\Theta_M = \frac{D}{2} \cdot \frac{(\sqrt{\pi})}{(\sqrt{N})} \frac{1}{\lambda_1} \Theta_M^*$$

L'étude de $\Delta\Theta_M$ se ramène donc à celle du paramètre Θ_M^* , que nous entreprendrons dans les chapitres suivants.

2.3.2. *Signe de $\Delta\Theta$.* Pour des raisons de commodité, nous serons amenés à poser, au cours des mesures analogiques : $U_{P_1} = U_{P_1}^0 = 0$.

Avec cette convention, U_M et U_M^0 sont donc négatifs, et l'on a :

$$V_M = -U_M, \quad V_M^0 = -U_M^0.$$

V_M et V_M^0 sont alors les valeurs, affectées du signe +, lues sur l'appareil de mesure.

Deux cas peuvent se présenter (rappelons que $V_M - V_M^0 = U_M^0 - U_M$).

1er cas: $\Theta^* < 0$. Ceci est équivalent à $V_M < V_M^0$ soit : $U_M^0 < U_M$ ce qui équivaut à : $\theta_M^0 < \theta_M$.

La perturbation se traduit donc en M par un *échauffement*.

2ème cas: $\Theta^* > 0$. Ceci équivaut cette fois à $V_M > V_M^0$, c'est-à-dire : $U_M^0 > U_M$ soit : $\theta_M^0 > \theta_M$.

La perturbation se traduit alors en M par un *refroidissement*.

3ème cas: $\Theta^* = 0$. La température de M est la même que lorsque le contact est parfait : $\theta_M^0 = \theta_M$.

2.3.3. *Hypothèses complémentaires.* 1—Dans le cas des contacts solide-solide, Bardon et Fouché [14] ont supposé que l'écoulement de chaleur est monodimensionnel entre P_1 et P_2 (les lignes de flux étant parallèles à l'axe Oz), et que la paroi latérale de l'aspérité est isolée du fluide qui la baigne.

Dans le cadre du contact général que nous avons défini, cette hypothèse peut être étendue raisonnablement à de nombreuses autres configurations, celles en particulier qui constituent physiquement les cas les plus importants;

par exemple :

$$(a) \begin{cases} \lambda_4 \ll \lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \\ \text{ou} \quad \text{avec, } \lambda_3 \text{ voisin de } \lambda_1 \text{ ou } \lambda_2. \\ \lambda_4 \gg \lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \end{cases}$$

Les contacts solide-solide qui ont lieu en présence d'un fluide remplissant l'espace interstitiel appartiennent à cette catégorie, ainsi que les contacts solide-liquide.

(b) λ_3 voisin de λ_4 .

Dans cette seconde catégorie, nous trouvons en particulier le cas où deux métaux séparés par une mince feuille de matériau mou (étain, plomb ou graphite), sont pressés l'un contre l'autre. La perturbation étant faible, les lignes de courant s'écartent peu de la normale, ce qui justifie l'hypothèse.

Hypothèse simplificatrice H_1 . Nous admettrons désormais qu'entre les plans P'_1 et P'_2 , les lignes de flux sont parallèles entre elles et à l'axe Oz , et que la surface séparant les milieux III et IV est isolante.

Une conséquence immédiate de cette première hypothèse est que à l'intérieur des milieux III et IV, les surfaces équipotentielles[†] sont des sections de plan, mais disjointes (Fig. 3).

2—Bardon a montré, toujours dans le cas du contact solide-solide, qu'il existe, entre P'_1 et P'_2 , un plan équipotentiel.

Cette remarque peut également s'étendre à d'autres types de contact. Nous transformerons donc cette constatation en hypothèse générale, et dans le cas où l'hypothèse H_1 est valable, nous supposerons que, sur P'_1 , le potentiel moyen de la surface de contact entre I et le milieu le moins conducteur, est supérieur au potentiel moyen de la surface de contact entre I et le milieu le plus conducteur, le contraire se produisant sur P'_2 .

Hypothèse simplificatrice H_2 . Il existe un plan équipotentiel P_0 entre les plans P'_1 et P'_2 .

[†]Le terme "potentiel" est ici pris dans son sens large, et correspond à la fois au potentiel thermique (température) et au potentiel électrique.

Dans toute la suite de cette étude, nous appellerons e la distance $P'_1 P_0$ (Fig. 3).

2.4. Conséquences et applications de l'étude théorique

2.4.1. *Conséquences de l'hypothèse (H_1).* Les lignes de courant étant parallèles à Oz entre P'_1 et P'_2 , on peut y diviser l'écoulement en tubes de flux cylindriques parallèles à l'axe, en découplant sur P'_1 et P'_2 des surfaces suffisamment petites pour être pratiquement isothermes.

Dans la méthode analogique, il n'est plus nécessaire alors de simuler III et IV par des milieux continus; ces tubes de flux peuvent être remplacés par des résistances électriques ayant pour valeur la résistance du volume cylindrique correspondant.

Nous sommes donc arrivés à une première simplification de la méthode expérimentale, grâce à laquelle le montage peut être essentiellement constitué par deux milieux continus I et II séparés par des résistances variables. Il devient alors commode de simuler des variations de h , λ_3 et λ_4 en modifiant simplement ces résistances.

2.4.2. *Conséquences de (H_2).* S'il existe un plan équipotentiel P_0 entre P'_1 et P'_2 , nous pouvons restreindre notre étude aux demi-tubes de flux limités par P_1 et P_0 , dans lesquels il n'y a plus que trois milieux I, III et IV en présence. On pourra même ramener à deux le nombre de ces derniers, en posant $\lambda_3 = \lambda_1$ (ou $\lambda_4 = \lambda_1$); on pourrait montrer qu'il est aisément, connaissant les résultats relatifs à cette configuration, de se ramener à n'importe quel cas (Fig. 4).

On réduit ainsi le nombre des paramètres, ce qui simplifie à la fois les mesures et la présentation des résultats.

L'expression théorique de $\Delta\Theta_M$ obtenue en 2.3.1, reste ici valable sans modifications, puisque nous n'avons fait aucune hypothèse restrictive sur la position du plan P_2 , qui peut être en particulier confondu avec P_0 .

2.4.3. *Application: Principe d'une méthode expérimentale.* Nous sommes conduits par ce

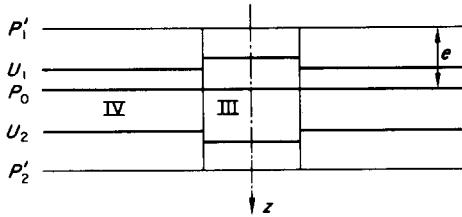


FIG. 3. Disposition des isothermes dans la couche hétérogène.

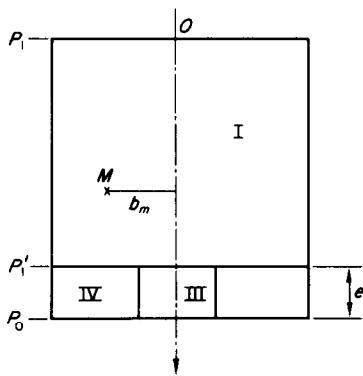


FIG. 4. Demi-tube de flux schématisé.

qui précède à adopter pour notre étude la méthode expérimentale de Bardon. Rappelons que dans celle-ci, le demi-tube de flux hétérogène limité par P_0 et P_1 est simulé par une cuve analogue en matière isolante de forme cylindrique, remplie d'une solution de sulfate de cuivre (milieu I). Les milieux III et IV sont remplacés par des résistances variables.

2.4.4. *Calcul pratique de $\Delta\Theta_M$ à partir de Θ_M^* .* Connaissant les valeurs de Θ^* relatives à un demi-tube de flux, on dispose de diverses méthodes que nous n'exposerons pas ici pour reconstituer le champ de température à l'intérieur de n'importe quel tube de flux complet [12].

2.5. Etude d'une méthode numérique

2.5.1. *Enoncé du problème.* Après avoir étudié une méthode de résolution par analogie rhéo-électrique de notre problème, nous allons maintenant donner les principes d'une autre méthode de résolution, qui nous permettra de

calculer numériquement la température en un certain nombre de points régulièrement répartis dans le tube de flux schématisé. En raison de la symétrie cylindrique, il suffira de limiter l'étude à une demi section axiale de celui-ci.

Nous voulons résoudre numériquement l'équation Laplace, $\Delta\theta = 0$, en coordonnées cylindriques, les conditions aux limites étant les suivantes :

(1) Dérivée normale nulle sur l'axe et sur le bord du tube de flux dont la paroi est supposée isolante (condition de flux nul): $\partial\theta/\partial b = 0$.

(2) Conditions du type Fourier sur les interfaces. Si \mathbf{n} désigne la normale à la surface de séparation de deux milieux (a) et (a'), dirigée de (a) vers (a'), la condition s'écrit :

$$\lambda_{(a)} \left(\frac{\partial\theta}{\partial\mathbf{n}} \right)_{(a)} = \lambda_{(a')} \left(\frac{\partial\theta}{\partial\mathbf{n}} \right)_{(a')}.$$

(3) Température ou flux imposés sur P_1 et P_1' , soit : $\theta = \text{Cte}$ ou $\partial\theta/\partial z = \text{Cte}$.

Ce problème peut être résolu au moyen d'une méthode de relaxation ou méthode des différences finies et traité sur ordinateur. Dans ce but, Tricoire a mis au point un programme qui a donné des résultats très satisfaisants.

L'avantage de ce procédé est double : d'une part, on obtient une détermination de la température dans l'ensemble du modèle thermique, ce qui est précieux pour le tracé des équipotentielles, ou pour une analyse de détail ; d'autre part, il n'est pas nécessaire de supposer que la paroi séparant les milieux III et IV est isolante, ou de fragmenter les interfaces en segments équipotentiels de dimensions non négligeables comme dans la méthode analogique. Mais, en contre partie, le temps de calcul est très long, même avec un ordinateur, car la convergence est extrêmement lente.

2.5.2. *Méthode de résolution (contacts solide-solide).* Le passage du problème différentiel initial à un problème aux différences finies, suivant le schéma définitif précisé plus loin

(3.2), donne un système linéaire dont la matrice est à diagonale dominante, mais non symétrique. Ce système peut être résolu d'abord par la méthode de surrelaxation par points, puis par la méthode de Gauss-Seidel pour les dernières itérations.

3. ETUDE DES CONTACTS SOLIDE-SOLIDE

3.1. Etude analogique

3.1.1. *Choix du modèle.* En considérant notre modèle général de contact, nous sommes ici dans le cas où I et II sont deux solides; IV est un fluide de conductivité λ_f , ou encore le vide ($\lambda_f = 0$); III est formé de deux aspérités de I et II en contact suivant un plan P .

Compte tenu de l'étude théorique, nous pouvons limiter l'analyse de la perturbation de température au demi-tube de flux compris entre les plans équipotentiels P_1 et P_0 . C'est ce modèle qui a fait l'objet de mesures analogiques.

Appelons Σ sa section, et s la section de l'aspérité. Posons :

$$\lambda^* = \frac{\lambda_f}{\lambda_1}; \quad \varepsilon^* = \frac{e}{2B}; \quad s^* = \frac{s}{\Sigma}; \quad b_M^* = \frac{b_M}{B}.$$

Le paramètre s^* représente ici la surface de contact effectif entre I et II dans le tube de flux complet.

La méthode analogique nous a permis d'étudier en particulier l'évolution de Θ^* sur P'_1 et sur P_0 en fonction de s^* , ε^* , λ^* et b^* .

3.1.2. *Montage expérimental.* (a) L'élément essentiel du montage expérimental est constitué par la cuve analogique de Bardon; elle a pour hauteur $L = 25$ cm et pour diamètre $2B_a = 7,6$ cm.

Les électrodes d'arrivée et de départ du courant (plans P_1 et P'_1) sont disposées sur deux bouchons en matière isolante qui ferment la cuve. La surface relative de contact s^* étant toujours faible (elle est rarement supérieure à 0,03 quel que soit le contact considéré), l'aspérité est simulée, au niveau de P'_1 , par une seule électrode circulaire. Les autres électrodes,

concentriques à la précédente, sont au nombre de 5 ou 6 suivant les valeurs de s^* , et leurs surfaces sont dans des rapports simples.

(b) La cuve est remplie d'une solution de sulfate de cuivre qui correspond au milieu solide. L'aspérité et le fluide interstitiel sont simulés par des résistances placées en série avec chaque électrode. Chacune d'elles a pour valeur la résistance du mur solide ou fluide de hauteur e et de même section que l'électrode correspondante. Pour simuler le cas où l'espace interstitiel est occupé par le vide ($\lambda_f = 0$), il suffit de débrancher toutes les résistances R_f correspondant au fluide ($R_f = \infty$). Le circuit est alimenté en courant continu au moyen d'une alimentation stabilisée débitant une tension réglable de l'ordre de quelques volts.

3.1.3. *Présentation des résultats.* Nous avons étudié les variations de Θ^* sur P_0 et P'_1 pour les valeurs suivantes des paramètres définissant la coupure :

$$7 \cdot 10^{-4} \leq s^* \leq 1,9 \cdot 10^{-2} \quad (7 \text{ valeurs})$$

$$2 \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon^* \leq 1000 \cdot 10^{-4} \quad (9 \text{ valeurs})$$

$$0 \leq \lambda^* \leq 550 \cdot 10^{-4} \quad (11 \text{ valeurs})$$

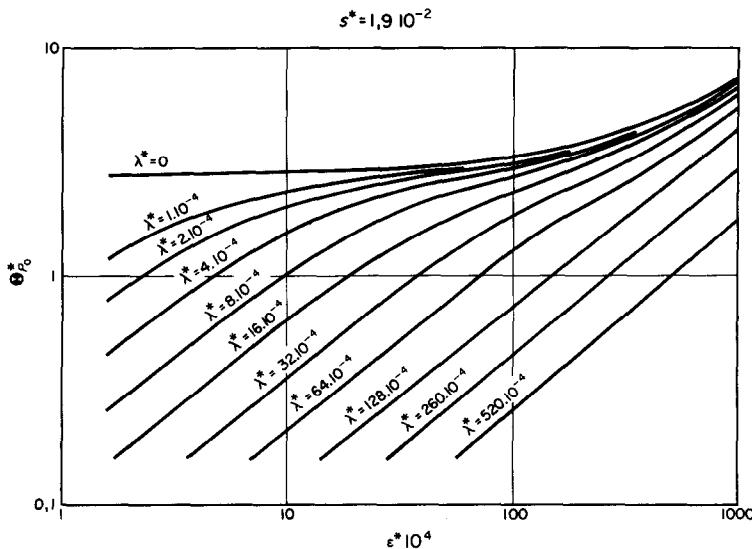
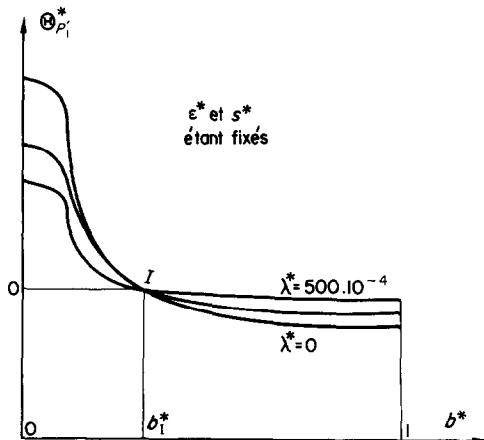
Nous noterons $\Theta_{P_0}^*$ la valeur de Θ^* sur P_0 , et Θ_M^* celle de Θ^* en un point M de P'_1 , défini par sa distance à l'axe b_M^* (b_M^* varie de 0 à 1).

3.1.4. *Analyse des résultats.* (a) Etude des variations de $\Theta_{P_0}^*$. Un exemple des variations de $\Theta_{P_0}^*$ en fonction des différents paramètres est donné sur la Fig. 5.

(b) Etude des variations de Θ_M^* sur le plan P'_1 (variations en fonction de b^* , s^* et ε^* étant fixés, pour diverses valeurs de λ^*). Deux remarques importantes peuvent être faites ici (Fig. 6) :

Tout d'abord, λ^* étant choisi, on constate que Θ^* , qui est positif lorsque $b^* = 0$, (axe du tube de flux), décroît lorsque b^* augmente, s'annule pour une valeur b_1^* de b^* , puis devient légèrement négatif pour les valeurs de b^* comprises entre b_1^* et 1.

D'autre part, si l'on trace sur le même graphique les courbes relatives à d'autres valeurs de λ^* ,

FIG. 5. Variations de la perturbation sur P_0 pour s^* fixé.FIG. 6. Répartition de la perturbation sur P'_1 en fonction du rayon.

on voit qu'elles présentent toutes le même aspect, et se coupent toutes au même point I d'abscisse b_I^* , tel que $\Theta_I^* = 0$ (à la précision des mesures près).

Par conséquent, ε^* étant donné, il existe sur P'_1 un cercle de rayon b_I^* tel que Θ_M^* est positif lorsque M est à l'intérieur de ce cercle, et négatif lorsque M se trouve à l'extérieur, et ceci quel que soit λ^* . En termes de tempéra-

tures, et avec les conventions adoptées, cela revient à dire qu'il se produit, par rapport au cas idéal, un refroidissement à l'intérieur de ce cercle, et un échauffement à l'extérieur. On constate l'existence du même phénomène si l'on permute les paramètres λ^* et ε^* .

Il y a lieu de remarquer enfin que, à l'extérieur de ce cercle, Θ^* est en valeur absolue très petit devant $\Theta_{P_0}^*$ ou Θ_M^* mesuré sur l'axe.

Nous appellerons *circonférence d'inversion* sur P'_1 et nous noterons I la circonférence de rayon b_I^* ; nous utiliserons le terme *point d'inversion* pour désigner, dans une section axiale, le point I d'abscisse b_I^* .

La forme géométrique des courbes étudiées dans ce paragraphe a pu être précisée: nous avons remarqué en effet que, quels que soient ε^* et λ^* , le produit $V_i b_i^*$ (i représentant le numéro de l'électrode considérée) est une fonction linéaire de b_i^* dans la région extérieure à l'électrode centrale. Autrement dit, puisque $\Theta_i^* = 4L^*(V_i - V^0/V^0)$, Θ^* est une fonction hyperbolique de b^* .

(c) Variations de b_I^* en fonction de s^* . Dans les cas que nous avons étudiés en détail, et qui correspondent à de faibles valeurs de la surface

de contact, b_I^* ne semble pas dépendre de s^* , et sa valeur moyenne est voisine de $0,45 \pm 0,05$.

Nous avons réalisé une étude systématique de la position de I en fonction de la surface de l'aspérité, et nous avons constaté que b_I^* est une fonction légèrement croissante de s^* , passant de 0,45 pour les très faibles valeurs de ce paramètre, à 0,6 environ pour $s^* = 0,4$ (valeur maximale étudiée).

(d) Signification physique de I . Pour essayer de dégager le sens physique de la circonference d'inversion I , nous nous sommes laissés guider par l'idée suivante.

On sait que les lignes de courant qui traversent l'aspérité subissent entre P_1 et P'_1 une constrictions positive, c'est-à-dire que la section du tube de flux qu'elles constituent est plus faible sur P'_1 que sur P_1 . D'autre part, Bardon a montré que, globalement, entre les mêmes plans, la résistance de constrictions des lignes de courant passant par le fluide est négative.

Mais nos expériences ont montré que, sur P'_1 , Θ^* est positif à l'intérieur de l'aspérité, et négatif lorsqu'on se place assez loin de celle-ci.

On est tenté, dans ces conditions, d'associer à une constrictions positive entre P_1 et P'_1 une chute de température ($\Theta^* > 0$) sur P'_1 , et à une constrictions négative un échauffement ($\Theta^* < 0$) sur le même plan.

Cette hypothèse conduit cependant à admettre que la surface de séparation entre la région où la constrictions est positive et la région où elle est négative est engendrée, non pas par les lignes de courant qui s'appuient sur le contour de l'aspérité, comme on l'admettait généralement, mais par des courbes qui s'appuient sur la circonference d'inversion I . C'est effectivement ce qui se produit, comme nous le montrerons en 3.2.

Considérons, dans un modèle analogique, le tube de flux infiniment petit T dont la section sur P'_1 est un élément de surface ds' entourant un point M ; soit ds sa section sur P_1 (Fig. 7). L'élément de surface ds' , étant très petit, est pratiquement équivalent, et son potentiel est U_M .

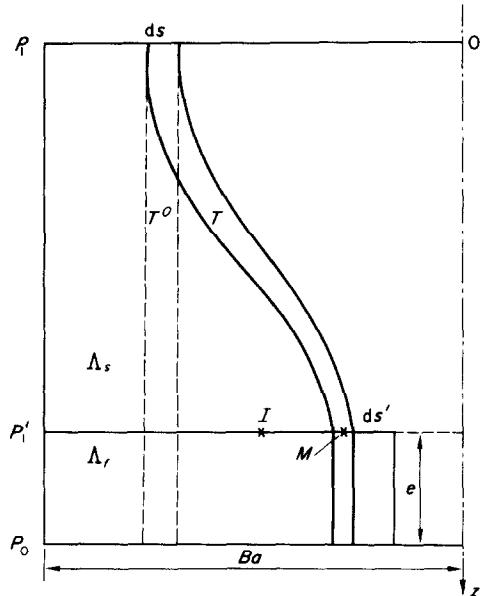


FIG. 7. Déformation d'un tube de flux infiniment petit (T^0 , contact parfait; T , contact réel).

On montre que la résistance de constrictions entre ds et ds' a pour valeur, en l'exprimant sous la forme d'un nombre sans dimension :

$$r_{CM}^* = \frac{4 \varepsilon^*}{\pi \lambda^*} \cdot \frac{\Theta_M^*}{\Theta_{P_0}^* - \Theta_M^*}.$$

Dans cette expression, le dénominateur est toujours positif, puisque la perturbation sur P_0 est plus importante que partout ailleurs. On constate donc que r_{CM}^* est toujours du signe de Θ_M^* . Par conséquent, r_{CM}^* est positive à l'intérieur de I , et négative à l'extérieur. Ce ne sont donc pas seulement les lignes de courant passant par l'aspérité qui subissent une constrictions positive entre P_1 et P'_1 , mais toutes celles qui passent à l'intérieur de I . Au contraire, les autres subissent une constrictions négative. I est donc la trace sur P'_1 de la surface de séparation entre la zone de constrictions positive et la zone de constrictions négative.

N.B. : Si ds' appartient à un plan P' quelconque situé entre P_1 et P'_1 et perpendiculaire à Oz , l'expression de la résistance de constrictions

entre ds et ds' est encore :

$$r_{cm} = r - r^0 = \frac{V_M - V_M^0}{i_M}.$$

L'intensité i_M n'est pas connue, mais elle est toujours positive; par conséquent, r_{cm} est du signe de $V_M - V_M^0$ (c'est-à-dire de θ_M^*) quel que soit le plan contenant M .

3.2. Etude numérique

3.2.1. Choix du modèle et des conditions aux limites. L'étude analogique qui précède peut laisser subsister une incertitude sur le phénomène d'inversion du signe de θ^* , et sur l'existence de la circonference d'inversion, en raison des erreurs de mesure, qui peuvent être théoriquement du même ordre de grandeur que les valeurs à mesurer.

Aussi nous a-t-il semblé utile de reprendre le problème dans quelques cas particuliers pour le résoudre au moyen de la méthode numérique dont nous avons donné les principes en 2.6, afin de vérifier les mesures analogiques quantitativement et qualitativement. Pour que la comparaison entre les deux familles de résultats soit valable, nous avons voulu nous rapprocher le plus possible à la fois des conditions expérimentales et de la réalité physique. Ce souci nous a guidé dans le choix du modèle et des conditions aux limites :

(a) *Dimensions du modèle.* Nous avons d'abord adopté une géométrie très proche de l'une des configurations étudiées par la méthode analogique, en donnant à la demi-section axiale du tube de flux compris entre P_0 et P , à laquelle nous avons limité notre étude, les dimensions suivantes (Fig. 8):

- sur BO' : 36 mailles (soit 37 points)
- sur $D'O'$: 4 mailles (soit 5 points)
- sur DD' : 4 mailles (soit 5 points)
- sur AB : 40 mailles (soit 41 points).

D'après les dimensions que nous venons de donner, on voit que $\varepsilon^* = 556 \cdot 10^{-4}$ et $s^* = 1,23 \cdot 10^{-2}$. Ces deux valeurs sont très proches de celles qui ont été choisies pour l'une

des expériences analogiques (respectivement $\varepsilon^* = 500 \cdot 10^{-4}$ et $s^* = 1,24 \cdot 10^{-2}$).

(b) *Conditions sur CDD' .* Nous avons choisi de traiter quatre programmes correspondant à quatre valeurs de λ^* (respectivement $4 \cdot 10^{-4}$; $64 \cdot 10^{-4}$; $260 \cdot 10^{-4}$; $520 \cdot 10^{-4}$) tous les autres paramètres restant constants, en supposant que la paroi latérale de l'aspérité n'est pas isolée du fluide qui la baigne. C'est-à-dire que nous avons imposé sur DD' une condition de la forme :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_s = \lambda^* \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_f.$$

Sur CD , la même condition s'écrit :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_s = \lambda^* \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_f.$$

(c) *Conditions sur AO et BO' .* Pour comparer valablement les deux méthodes dont nous disposons, nous avons décidé d'imposer sur AO et BO' des valeurs déduites des mesures expérimentales, et de vérifier que les valeurs obtenues sur CD dans l'un et l'autre cas sont voisines.

Dans notre schéma, $s^* = 1,23 \cdot 10^{-2}$ et $\varepsilon^* = 556 \cdot 10^{-4}$. Nous avons obtenu des séries complètes de résultats expérimentaux pour $s^* = 1,24 \cdot 10^{-2}$ et $s^* = 1,23 \cdot 10^{-2}$, et pour chacune des quatre valeurs de λ^* choisies. On procède ainsi, sur les résultats des mesures effectuées pour $s^* = 1,24 \cdot 10^{-2}$ à une légère correction qui n'est d'ailleurs sensible que pour $\lambda^* = 4 \cdot 10^{-4}$.

D'autre part, au cours de nos expériences simulant la configuration idéale, le plan P_1 se trouvait à un potentiel $U^0 = 0,885$ V, c'est-à-dire que le plan correspondant à P était au potentiel $U_P^0 = 0,722$ V.†

Nous avons choisi d'imposer sur P (segment AO) une valeur fixe : $U_P = 72,2$.

Enfin, en retransformant en volt les valeurs

† En toute rigueur, puisque nous avons admis que le flux se dirige de P_1 vers P_0 , et que $U_{P_1} = 0$, toutes les valeurs de U devraient être affectées du signe moins. Nous avons évité d'indiquer ce signe partout pour alléger les notations.

$$\lambda^* = 64 \cdot 10^{-4}$$

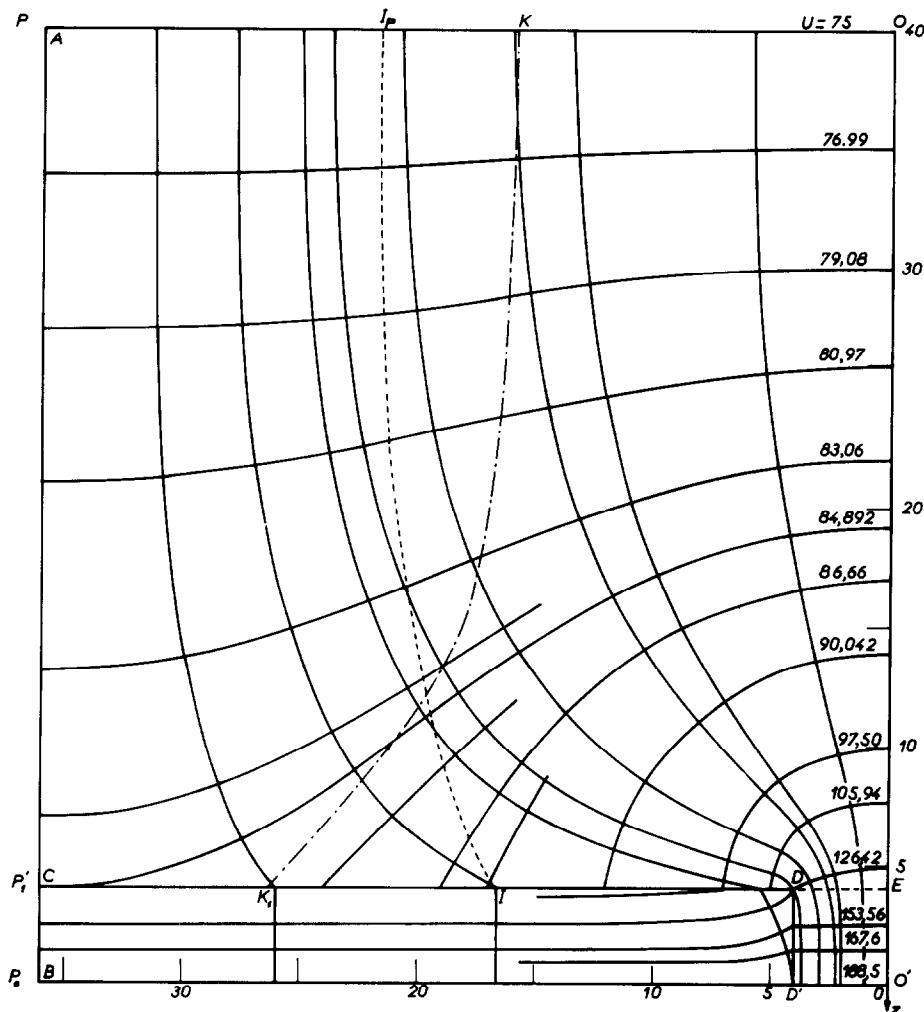


FIG. 8. Réseau des isothermes et des lignes de courant à l'intérieur d'un demi-tube de flux schématisé (contact solide-solide).

de $\Theta_{P_0}^*$ calculées à partir des abaques, et en leur ajoutant $U^0 = 0,885$ V, nous avons obtenu les valeurs de U_{P_0} qui auraient été lues sur le voltmètre si nous avions affiché $\varepsilon^* = 556 \cdot 10^{-4}$ au cours des mesures analogiques. Nous avons multiplié ces chiffres par 100, comme pour U_P , afin de les rendre plus commodes à manipuler. Les conditions imposées sur P_0 (segment

BO') étaient donc les suivantes :

$$\begin{array}{ll} \lambda^* = 4 \cdot 10^{-4} & U_{P_0} = 265,5 \\ \lambda^* = 64 \cdot 10^{-4} & U_{P_0} = 188,5 \\ \lambda^* = 260 \cdot 10^{-4} & U_{P_0} = 132 \\ \lambda^* = 520 \cdot 10^{-4} & U_{P_0} = 113,25 \end{array}$$

Le programme mis au point par Tricoire, et

qui permet de résoudre ce problème au moyen d'un ordinateur, a été passé successivement sur l'ordinateur IBM 1620 de la Faculté des Sciences de Poitiers, avec les quatre groupes de conditions aux limites que nous venons d'indiquer. La convergence était satisfaisante au bout de 130 itérations environ. La durée de chaque itération était de 9 min.

3.2.2. *Analyse des résultats.* L'analyse des résultats va nous permettre de justifier nos hypothèses et d'affirmer la validité de nos mesures expérimentales, tout en apportant des précisions nouvelles.

(a) *Remarques générales.* Connaissant la valeur de U en chacun des points du modèle, nous avons pu tracer avec une bonne précision un réseau d'isothermes, puis son réseau orthogonal, formé par les lignes de courant (Fig. 8) ceci nous a permis de dégager les conclusions suivantes :

1. Les lignes de courant sont parallèles à l'axe OO' entre P'_1 et P'_2 (ce qui justifie notre hypothèse H_1).
2. La fragmentation du plan P'_1 en électrodes de surface non négligeable ne perturbe pas notablement les mesures analogiques, qui sont vérifiées avec une excellente approximation.
3. L'existence, sur P'_1 , de la circonférence d'inversion I , et des propriétés qui lui sont attachées, constitue une caractéristique intrinsèque du modèle étudié. Sa position a pu être également précisée : $(b_I^* = 0,465 \pm 0,010$, alors que l'étude analogique donnait $b_I^* = 0,43 \pm 0,05$).

(b) *Champ de potentiel à l'intérieur du milieu solide.* Nos résultats numériques nous ont permis de préciser les propriétés du champ de potentiel à l'intérieur du milieu solide, et de les relier au phénomène d'inversion du signe de Θ^* , que nous avons remarqué sur P'_1 .

Nous avons tout d'abord relevé la répartition de température en fonction de z sur les segments AB et OO' (Fig. 9), c'est-à-dire sur l'axe et le bord du tube de flux.

On voit que les deux courbes correspondantes

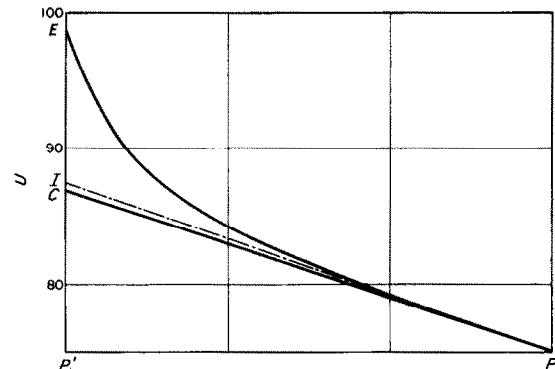


FIG. 9. Répartition de température sur l'axe (PE) et le bord (PC) du demi-tube de flux.

qui partent évidemment du même point au niveau du plan P se séparent ensuite ; leurs concavités sont de sens contraire (l'une étant très faible). Elles ont sur P une tangente commune dont la pente est proportionnelle à la densité de flux moyenne qui traverse le modèle.

Cette tangente, prolongée jusqu'en P'_1 , en I , représente la répartition en fonction de z du potentiel U_z^0 qui existerait entre P et P'_1 en l'absence de perturbation, c'est-à-dire si P'_1 se trouvait à un potentiel uniforme égal à U_I , soit 87,4.

Dans ces conditions, on est tenté de supposer qu'il existe au sein de l'écoulement, entre AB et OO' , une ligne dont tous les points se trouvent au même potentiel que dans la configuration idéale, c'est-à-dire pour laquelle les variations de U en fonction de z sont représentées par la droite PI .

Pour la mettre en évidence, nous avons alors adopté un procédé graphique qui consiste à déterminer l'intersection de chaque équipotentielle avec la droite représentant l'équipotentielle de même valeur en l'absence de toute perturbation. Le lieu géométrique de ces points d'intersection est la courbe que nous recherchons.

Celle-ci existe effectivement ; elle passe bien entendu par I , mais ce n'est pas une ligne de courant. Son tracé (exécuté en tirés sur la Fig. 8) est aisément au voisinage de P'_1 , dans la zone où la perturbation est importante. Dans

la partie supérieure du modèle, il est beaucoup plus difficile : la courbure des isothermes y est très faible, et un petit écart sur U ou U^0 engendre une erreur considérable sur la position du point cherché.

Compte tenu cependant du fait que la position de I ne dépend pas de λ^* , il semble probable que cette courbe, que nous appellerons *courbe d'inversion*, est indépendante de λ^* . Elle constitue l'intersection avec le plan de la figure d'une surface cylindrique que nous nommerons *surface d'inversion*, et qui partage l'écoulement en deux parties : une zone de refroidissement à l'intérieur, une zone d'échauffement à l'extérieur (Fig. 10).

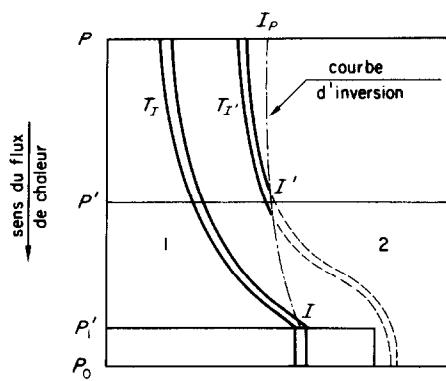


FIG. 10. Structure du champ thermique entre P_1 et P_0 .
 (1) zone de réchauffement.
 (2) zone de refroidissement.

Celles-ci ne doivent cependant pas être confondues avec les régions dans lesquelles les lignes de courant se resserrent, ou bien au contraire s'écartent les unes des autres.

En effet, à l'exception de celles qui sont proches de l'aspérité, les équipotentielles présentent un point d'inflexion : au voisinage de l'axe, leur concavité est tournée vers P . Soient K et K_1 les extrémités sur P et P'_1 de la courbe, lieu de points d'inflexion (Fig. 11).

Considérons les deux lignes de courant passant par K et K_1 . Il est évident que toutes les lignes de courant situées entre la première

et l'axe OO' se resserrent tout au long de leur parcours, tandis que celles qui sont comprises entre la seconde et AC s'écartent les unes des autres. Prises globalement entre P et P'_1 , les deux zones dont nous venons de préciser les limites constituent donc respectivement les véritables régions de constriction positive et négative. Entre elles, s'étend un espace où les lignes de courant issues de P s'écartent d'abord les unes des autres (jusqu'à leur rencontre avec KK_1) pour se rapprocher ensuite.

Il y a lieu de souligner que les frontières de ces trois domaines sont liées au choix de P'_1 comme plan limite, et qu'elles seraient différentes si l'on se plaçait entre P et un autre plan P' situé entre P et P'_1 (cf. Fig. 11).

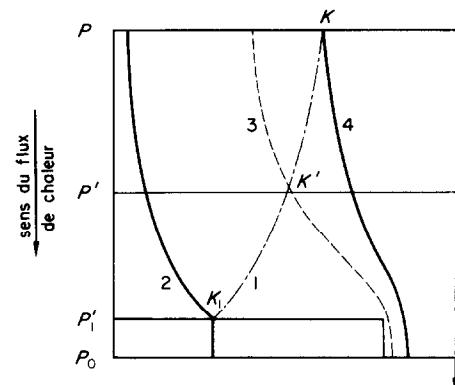


FIG. 11. Structure de l'écoulement de chaleur entre P_1 et P_0 .
 (1) lieu des points d'inflexion.
 (2) zone de constriction négative.
 (3) zone intermédiaire.
 (4) zone de constriction positive.

Revenons maintenant à la surface d'inversion, pour préciser sa signification.

Soit I' son intersection, dans le plan de nos figures, avec un plan P' situé entre P et P'_1 . Sur le segment compris entre I' et l'axe on observe un refroidissement ($V_M - V_M^0 > 0$), et un réchauffement de l'autre côté de I . Nous sommes donc en présence du même phénomène que sur P'_1 .

Par conséquent, en vertu de l'étude théorique

faite au chapitre précédent, le long du tube de flux infiniment petit T_I , entourant la ligne de courant qui passe par I' , la résistance de constriction entre P et P' est nulle. Tout autre tube élémentaire aboutissant sur P' présentera entre P et P' une résistance de constriction positive ou négative suivant que son extrémité se trouvera par rapport à I' , du côté de l'axe ou du côté opposé.

Là encore, nous devons insister tout particulièrement sur le fait qu'il ne s'agit pas d'une propriété intrinsèque de T_I : elle n'est valable que globalement, entre P et P' . Le même tube T_I , présentera, entre P et un autre plan π , une résistance de constriction négative si π est placé entre P et P' , et positive si π se trouve entre P' et P'_1 . En particulier, la résistance de constriction du tube T_I qui aboutit en I , sur P'_1 , est nulle seulement entre P et P'_1 , et négative entre tous les autres plans. Enfin, le fait que T_I puisse se trouver dans la zone de constriction négative ne doit pas surprendre. Si la résistance de constriction du tube T_I , est nulle, c'est que la diminution de résistance due à l'élargissement de sa section est exactement compensée par l'accroissement de sa longueur.

L'hypothèse que nous avions formulée au paragraphe précédent se révèle donc exacte: globalement, le long d'un tube de flux de section infiniment petite, et par rapport à la configuration idéale, toute résistance de constriction positive s'accompagne d'une chute de température, et toute résistance de constriction négative d'un échauffement. Dans notre cas particulier, la séparation entre les deux zones d'échauffement et de refroidissement est constituée par une courbe qui n'est pas une ligne de courant.

Nous avons également montré que le phénomène d'inversion d'abord mis en évidence sur P'_1 existe sur tout plan compris entre P et P'_1 .

Il y a lieu, toutefois, pour éviter des confusions, de préciser la notion de constriction par les remarques que nous venons de formuler, et de rappeler que la présence de la zone hétérogène comprise entre P'_1 et P_0 , qui entraîne en chaque

point une perturbation de potentiel, entraîne également pour chaque tube de flux élémentaire une perturbation de résistance qui est sa résistance de constriction R^* .†

(c) *Propriétés des potentiels U_I et $U_{I'}$, sur P'_1 et P' .* Considérons la quantité U définie de la façon suivante :

$$\bar{U} = \frac{1}{\pi B^2} \int_{\pi} U \, ds$$

(π plan situé en amont de P'_1 par rapport à la direction de l'écoulement, ou confondu avec P'_1).

soit, en variables réduites :

$$\bar{U} = 2 \int_0^1 U b^* \, db^*.$$

Nous avons montré que, sur chaque plan π situé en amont de l'écoulement par rapport à P'_1 , le potentiel $U_{I\pi}$, dont la valeur est celle du potentiel qui existerait sur π dans la configuration idéale (U_{π}^0), est égal à la valeur moyenne intégrée \bar{U} de U sur ce plan.

4. ETUDE DES CONTACTS SOLIDE-LIQUIDE

Nous nous proposons maintenant d'examiner, avec des moyens identiques à ceux que nous avons déjà employés, le cas particulier des contacts solide-liquide, et plus précisément celui où certaines petites cavités de la surface du solide sont remplies de vapeur ou de gaz.

Nous avons déjà signalé l'intérêt de cette configuration dans l'introduction: lorsque le flux de chaleur traversant la surface de séparation entre les deux milieux est suffisamment important, l'ébullition du liquide se déclenche à partir de ces cavités, où se forment les bulles.

Dans de nombreux cas, en particulier dans les réacteurs nucléaires, c'est précisément ce que l'on veut éviter, tout en maintenant le flux le plus élevé compatible avec cette nécessité. On est alors tenu de disposer de moyens im-

† On peut montrer que $R^* = \Theta_{P_0}^* - 1,27\varepsilon^*$

portants pour détecter d'éventuels germes d'ébullition.

Il serait donc avantageux, connaissant les caractéristiques géométriques de la surface solide, et les caractéristiques thermiques des milieux en présence, de pouvoir déterminer quel est le flux de chaleur limite au-delà duquel l'ébullition risque de se produire. L'étude qui va suivre est peut-être susceptible d'apporter quelques éléments de solution à ce problème.

4.1. *Choix du modèle*

Contrairement à la configuration que nous avons rencontrée dans le contact solide-solide, nous nous trouvons ici dans le cas où la partie centrale du tube de flux (milieu III) est occupé par un fluide de conductivité λ_f ; le contact entre solide (milieu I) et liquide (milieu II) se fait autour de cette cavité suivant un plan P^\dagger (Fig. 14). Comme dans le chapitre 3, nous limiterons notre étude au demi-tube de flux compris entre les plans P_0 et P_1 .

Les paramètres qui définissaient l'aspérité dans ce dernier chapitre caractérisent maintenant la cavité :

s = surface de la cavité :

$$\lambda^* = \frac{\lambda_f}{\lambda_1}; \quad \varepsilon^* = \frac{e}{2B}; \quad s^* = \frac{s}{\Sigma}.$$

Avec ce modèle, nous étudierons, outre le coefficient de partage α , égal à la proportion du flux qui passe par la cavité, les variations de Θ^* sur P_0 et P_1 en fonction de s^* , ε^* , λ^* et b^* .

4.2. *Montage expérimental*

Pour l'essentiel, le montage expérimental adopté à cette nouvelle étude est très voisin de celui qui a été décrit au chapitre III.

4.3. *Présentation des résultats*

Etant donné cependant que, cette fois, la

† Nous sommes amenés à supposer que dans le liquide, entre la surface du solide et P_2 , la convection est négligeable, et que le champ des températures est stable dans le temps. Cette hypothèse est fondée, en raison de la faible distance qui sépare P de P_2 .

perturbation varie peu en fonction de s^* , nous avons étudié de manière complète les variations de Θ^* sur P_0 et P_1 pour quatre valeurs seulement de ce paramètre, respectivement : $7,3 \cdot 10^{-3}$; $1,73 \cdot 10^{-2}$; $9,1 \cdot 10^{-2}$; $17,3 \cdot 10^{-2}$. Pour des valeurs inférieures à $7,3 \cdot 10^{-3}$, toute mesure devient pratiquement impossible.

Les deux autres paramètres définissant le contact, soient ε^* et λ^* variaient entre les limites suivantes :

$$2 \cdot 10^{-4} < \lambda^* < 800 \cdot 10^{-4} \quad (5 \text{ à } 6 \text{ valeurs}), \\ 50 \cdot 10^{-4} < \varepsilon^* < 1000 \cdot 10^{-4} \quad (5 \text{ valeurs}).$$

4.4. *Analyse des résultats*

(a) *Variations du coefficient de partage α* —(Fig. 12). Le coefficient de partage α est ici le rapport du flux qui traverse la cavité au flux total qui chemine dans le tube élémentaire. Compte tenu des valeurs de s^* , il est évidemment très faible et reste compris, dans les plages de valeurs étudiées, entre $0,1 \cdot 10^{-3}$ et $100 \cdot 10^{-3}$.

(b) *Variations de $\Theta_{P_0}^*$* . La valeur du paramètre $\Theta_{P_0}^*$, qui représente la perturbation sur P_0 , est toujours faible, ce qui ne doit pas surprendre, compte tenu des valeurs de s^* qui ont été choisies, et elle varie très peu en fonction de λ^* .

(c) *Variations de $\Theta_{P_0}^*$ en fonction de b^** —(Fig. 13). Bien que le plan P_1 n'ait pas ici la même importance physique que dans le chapitre précédent, puisqu'il ne représente que le plan du fond de la cavité, l'étude des valeurs qu'y prend Θ^* en fonction de b^* est instructive.

Nous retrouvons en effet sur P_1 une circonférence d'inversion I et le phénomène d'inversion du signe de Θ^* . Mais cette fois, c'est au fond de la cavité, c'est-à-dire au centre du tube de flux, qu'un échauffement se produit, tandis qu'un refroidissement, beaucoup plus léger, apparaît sur le pourtour.

Cette observation constitue une nouvelle justification de notre hypothèse H_2 , dans laquelle nous avons supposé que au niveau de P_1 , la température est d'autant plus élevée que le

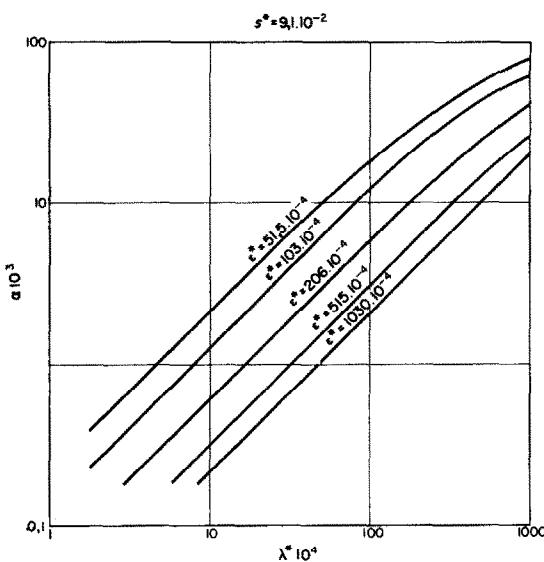


FIG. 12. Variations du coefficient de partage α (contact solide-liquide).

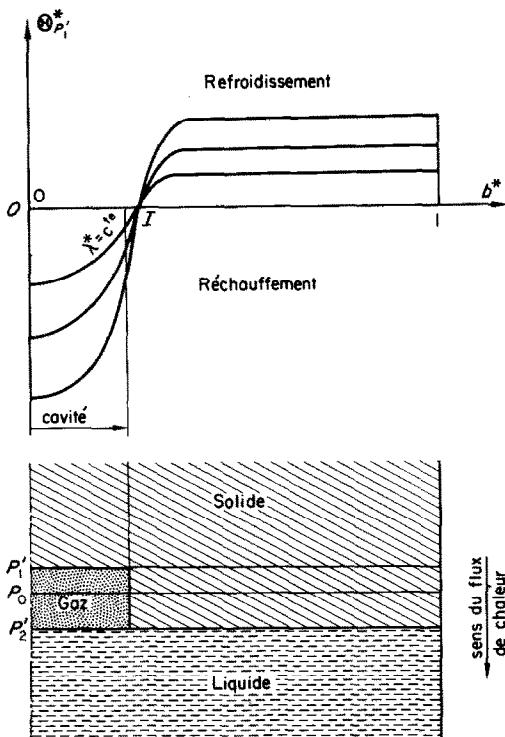


FIG. 13. Variations de la perturbation sur P'_1 en fonction du rayon (contact solide-liquide).

milieu avec lequel on se trouve en contact est moins conducteur.

Ceci est d'ailleurs tout à fait en accord avec les études déjà menées, par d'autres méthodes, dans le domaine de l'ébullition, et dans lesquelles on a montré que le liquide est surchauffé au contact de la paroi solide, tandis qu'au niveau du ménisque séparant ce liquide du gaz de la cavité, la température est celle de vaporisation. On verra d'ailleurs dans les exemples numériques que dans le tube de flux complet, la température au contact solide-liquide pour $b^* = 1$ est supérieure à la température au contact gaz-liquide ($b^* = 0$).

D'autre part, un calcul identique à celui qui a été conduit au chapitre 3 montrerait que la résistance de constriction entre P_1 et un plan P' (qui peut être en particulier P'_1) d'un tube de flux infiniment petit T est du signe de Θ_M^* , M appartenant à l'intersection de T avec P' . Toutes les considérations qui découlaient de cette remarque (relations entre le signe de Θ^* et celui de la résistance de constriction) semblent pouvoir être reprises ici, avec cette différence que la zone de réchauffement sera cette fois au centre du tube de flux.

Bien entendu, la perturbation sur P'_1 est plus importante lorsque λ^* diminue ; à l'extérieur de I , on atteint très vite vite un palier, et la variation, faible en fonction de λ^* , devient négligeable en fonction de ε^* .

Exemples numériques. Les valeurs numériques sont exprimées dans le système W—cgs.

1er exemple. Contact solide-solide—Considérons le cas d'un contact acier poli-laiton rugeux, avec : $s^* = 0,73 \cdot 10^{-2}$; $h/2B = 200 \cdot 10^{-4}$; $N = 200$ points/cm²; $D = 20$; $\lambda_1 = 1,14$; $\lambda_2 = 0,4$; $\lambda_4 = 4 \cdot 10^{-4}$.

Avec l'aide des abaques que nous avons établis, on peut déterminer les variations de $\Delta\Theta$ sur P'_1 et P'_2 . En particulier, au contact : $\Delta\Theta_c = 8,4^\circ\text{C}$ si le flux de chaleur se dirige du laiton vers l'acier.

2ème exemple. Contact solide-liquide—On suppose que le plan du contact P_c est situé entre P'_1

et P'_2 (le volume gazeux débordant au sein du fluide) et que le ménisque a une section rectangulaire (Fig. 14).

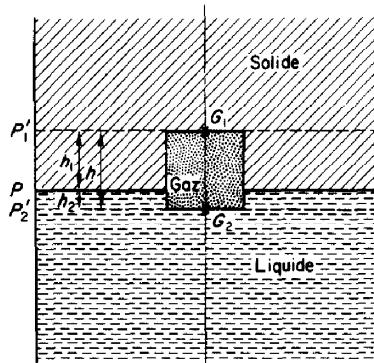


FIG. 14. Schématisation du contact solide-liquide.

Données :

milieu I : aluminium AG₃ $\lambda_1 = 1,1$
 milieu II : eau $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-3}$
 milieu III : air $\lambda_3 = 5 \cdot 10^{-4}$

$N = 100$ cavités par cm^2 .

$s^* = 1,73 \cdot 10^{-2}$

$$\frac{h_1}{2B} = 110 \cdot 10^{-4} \quad \text{soit } h_1 = 125 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\frac{h_2}{2B} = 55 \cdot 10^{-4} \quad h_2 = 62 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\frac{h}{2B} = 165 \cdot 10^{-4} \quad h = 187 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$D = 1 \text{ W/cm}^2$.

On trouve ainsi :

$\Delta\Theta_{G_1} = -7,10 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ $\Delta\Theta_{G_2} = 1,55 \text{ }^\circ\text{C}$
 et au contact solide-liquide (plan P): $\Delta\Theta_c = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$.

3^{ème} exemple—Résistance thermique d'un contact Oxyde d'uranium usiné-Zirconium poli, avec espace interstitiel rempli de graphite.

Cette géométrie est équivalente à une configuration du type de celle qui a été étudiée au chapitre 4, en remplaçant

$h/2B$ par $H/2B$

$$\frac{H}{2B} = \frac{h}{2B} \cdot \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \text{ et } \lambda_3 = \lambda_1$$

$$\text{par } \lambda_1' = \lambda_1 \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_4}.$$

Dans le cas présent, nous avons: $\lambda_1 = 0,034$;
 $\lambda_2 = 0,2$; $\lambda_4 = 1,6$.

Nous choisissons d'autre part: $h/2B = 25 \cdot 10^{-4}$; $N = 200$ points; $s^* = 9,1 \cdot 10^{-2}$.

La résistance de contact a pour valeur:

$$R_c = \frac{(\sqrt{\pi})}{(\sqrt{N})} \cdot \frac{R^*}{\lambda_1} = 0,09 \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \cdot {}^\circ\text{C}.$$

Si le graphite était remplacé par de l'air, on obtiendrait: $R_c = 0,25$.

REMERCIEMENTS

Nous remercions très vivement M. Tricoire, Assistant à la Faculté des Sciences de Poitiers, qui s'est chargé de la programmation sur ordinateur du problème exposé en 3.2.

BIBLIOGRAPHIE

1. J. P. BARDON, Contribution à l'étude du transfert de chaleur au contact de deux matériaux, Thèse de Doctorat ès Sciences, Poitiers (1965).
2. J. P. BARDON et H. CORDIER, Etude expérimentale de l'influence du fluide interstitiel sur les résistances thermiques de contact, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **261** (5), 5013 (1965).
3. J. P. BARDON et H. CORDIER, Etude théorique du mécanisme de passage de la chaleur au contact de solides accolés, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **262**, Série B, 322 (1966).
4. J. P. BARDON, Sur le calcul analogique des résistances thermiques de contact, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **262**, Série B, 660 (1966).
5. T. N. ÇETINKALE et M. FISHENDEN, *International Conference on Heat Transfer*. Instn Mech. Engrs, London (1951).
6. R. G. HOLM, *Electric Contacts*. Hugo Gerbers, Stockholm (1946).
7. S. G. BANKOFF, The prediction of surface temperature at incipient boiling, *Chem. Engng Prog.* **55**, 29 (1959).
8. J. P. PADET et H. CORDIER, Etude locale du champ de température sur la micro-géométrie des surfaces en contact de deux matériaux accolés, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **262**, Série B, 1197 (1966).
9. J. P. PADET et M. TRICOIRE, Etude du champ tridimensionnel de température au voisinage du contact de deux solides, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **265**, Série B, 741 (1967).
10. J. P. PADET, Sur une méthode d'étude du transfert de

- chaleur entre deux matériaux séparés par une couche hétérogène, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **265**, Série B, 869 (1967).
1. J. P. PADET, Etude locale du champ de température au voisinage du contact entre un solide et un liquide, *C.R. Hebd. Séanc. Acad. Sci., Paris* **265**, Série B, 1365 (1967).
 2. J. P. PADET, Etude du transfert de chaleur à travers une couche de structure hétérogène, Thèse de Doctorat, Poitiers, Archives du CNRS—n° A.O. 1525 (1967).
 13. L. MALAVARD, *La Technique des Analogies Rhéoelectriques*. Institut de Mécanique et Institut Blaise Pascal, Paris (1946).
 14. F. FOUCHE, Problème des résistances thermiques de contact, *Entropie*, 10, Juillet—Août (1966).

Abstract—A very general type of contact between two media separated by a heterogeneous layer is considered and a study is made on the perturbation of this heterogeneous layer upon the temperature field due to the passage of heat across the contact.

First a schematic of the contact geometry is made, then a theoretical study is presented being justified by the use of a rheoelectric analogue to analyse the perturbation. Two hypotheses are proposed which permit the use of the experimental method of Bardon.

The results obtained are applied to a particular case of two solid media in contact, with the interstitial space being occupied by a fluid or a vacuum. The numerical calculation of the temperature distribution in the interior of a semi-flux tube by means of a computer permits one to trace out with precision the isotherms and thus confirm certain phenomena previously put in evidence.

Finally, use is again made of the analogue method in the study of solid—liquid contacts, which is followed by several numerical examples.

Zusammenfassung—Ein Kontakt sehr allgemeiner Art zwischen zwei Medien, die durch eine heterogene Schicht getrennt sind, wird betrachtet und eine Untersuchung angestellt über die Störung dieser heterogenen Schicht durch das Temperaturfeld infolge des Wärmedurchgangs durch den Kontakt.

Erst wird ein Schema der Kontakt-Geometrie aufgestellt, dann wird eine theoretische Studie angegeben, die durch die Benützung einer rheoelektrischen Analogie zur Analysierung der Störung gerechtfertigt wird. Zwei Hypothesen werden vorgeschlagen, die eine Benützung der Versuchsmethode von Bardon erlauben. Die erhaltenen Ergebnisse werden auf den besonderen Fall zweier sich berührender Medien angewandt, wobei der Zwischenraum von einer Flüssigkeit ausgefüllt oder evakuiert ist. Die numerische Berechnung der Temperaturverteilung im Inneren einer Halbröhre mit Hilfe einer Rechenmaschine erlaubt, die Isothermen genau aufzuzeichnen und damit gewisse kürzlich erkannte Phänomene zu bestätigen.

Schliesslich wird die Analogie-Methode noch zur Untersuchung von fest-flüssig Kontakten herangezogen und es werden verschiedene numerische Beispiele gebracht.

Аннотация—Рассматривается контакт самого общего типа между двумя средами, отделенными неоднородным слоем, а также проведено исследование действия этого неоднородного слоя на температурное поле, обязанного потоку тепла через контакт.

Сначала дается схематическое описание геометрии контакта, затем представлено теоретическое исследование, подкрепленное использованием реоэлектрической аналогии для анализа возмущения. Предложены две гипотезы, позволяющие использовать экспериментальный метод Бардона.

Полученные результаты применяются к частному случаю контакта двух твердых сред, причем промежуточное пространство заполнено жидкостью или вакуумом. Численный расчет на вычислительной машине распределения температуры внутри трубы позволяет с большой точностью проследить за изотермами и таким образом подтвердить некоторые эффекты, выявленные ранее.

Наконец, метод аналогии сковы используется при исследовании контактов твердого тела с жидкостью, что проиллюстрировано несколькими численными примерами.